

B.Sc. (Part II) Internal Examination, 2020

MATHEMATICS

Paper Second

(Differential Equations)

Time: Three Hours

Maximum Marks : 100

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

All questions are compulsory. Attempt any *two* parts of each question. All questions carry equal marks.

इकाई—1

(UNIT—1)

1. (अ) घात श्रेणी विधि से हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + xy = 0$$

Solve by Power series method :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + xy = 0$$

(ब) सिद्ध कीजिए कि :

$$(n+1)P_{n+1} = (2n+1)xP_n - nP_{n-1}$$

Prove that :

$$(n+1)P_{n+1} = (2n+1)xP_n - nP_{n-1}$$

(A-45) P. T. O.

(स) निम्नलिखित स्टर्म-ल्यूविल समस्या के सभी आइगेन मानों और आइगेन फलनों को ज्ञात कीजिए :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + \lambda y = 0$$

$$y'(1) = 0 = y'(e^{2\pi}), \lambda \geq 0, n > 0$$

Find all eigen values and eigen functions of the following Sturm-Liouville problem :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + \lambda y = 0$$

$$y'(1) = 0 = y'(e^{2\pi}), \lambda \geq 0, n > 0.$$

इकाई—2
(UNIT—2)

2. (अ) मान ज्ञात कीजिए :

$$L \{e^t \sin^2 t\}$$

Find the value of :

$$L \{e^t \sin^2 t\}.$$

(ब) सिद्ध कीजिए कि :

$$\int_0^\infty \cos x^2 dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

Prove that :

$$\int_0^\infty \cos x^2 dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

(स) हल कीजिए :

$$(D^2 - D - 2)y = 20 \sin 2t$$

$$y = -1, Dy = 2 \text{ जब } t = 0$$

Solve :

$$(D^2 - D - 2)y = 20 \sin 2t$$

$$y = -1, Dy = 2 \text{ when } t = 0.$$

इकाई—3
(UNIT—3)

3. (अ) पूर्ण समाकलन ज्ञात कीजिए :

$$z(p^2 - q^2) = x - y$$

Find complete integral :

$$z(p^2 - q^2) = x - y$$

(ब) चारपिट विधि से हल कीजिए :

$$(p^2 + q^2)y = qz$$

Solve by Charpit's method :

$$(p^2 + q^2)y = qz$$

(स) हल कीजिए :

$$x^2(y - z)p + y^2(z - x)q = z^2(x - y)$$

Solve :

$$x^2(y - z)p + y^2(z - x)q = z^2(x - y)$$

इकाई—4

(UNIT—4)

4. (अ) समीकरण $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ का वर्गीकरण और विहित रूप में समानयन कीजिए।

Classify and reduce the equation $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ to

canonical form.

(ब) हल कीजिए :

$$(D^2 - 6DD' + 9D'^2)z = 12x^2 + 36xy$$

Solve :

$$(D^2 - 6DD' + 9D'^2)z = 12x^2 + 36xy$$